

4
 Mittel-Proportional Linie insgemein durch die Linea und den Circulum, zwch aber durch den Circulum und die Parabolam (nach CARTESII Methode) durch den Circulum und die Hyperbolam intra asperatus, durch den Circulum und Hyperbolas, oder auch Ellipses, infinitas, u. s. w. gefunden. Unendliche zu erlangen / deutet CLVVER in den angezogenen Nummern. p. 102. wie er zu thun pfleget / obenhin / an/ daß sie so wohl in der Parabola, als intra asperatus der Hyperbolae, enthalten seyn. Und PAVL. MATTHIAS DORIA, ein Italiener/ hat sie/ wer es glauben wil/ aus der Parabola würcklich demonstriret. Siehe die Acta Eruditorum von 1717. p. 226. Uns geht die ganze Sache vor dismahl wenig oder nichts an/ weil die Arithmetische Annäherung bei dem Canone Harmonico viel/ viel bequemer kan angewendet werden; wiewohl sich zwar das Ohr/ der Verstand aber ganz und gar nicht/ damit befriedigen läßt.

Wenn uns die so genannten Medii Harmonici, davon CLVVER so ein großes Aufheben macht/ in der That was nütze wären/ so hätte man sie nicht/ mit Fleiß/ gar weggelassen. Vid. KEPLERI Harmonia Mundi, Lib. III. Cap. III.

Die

Die II. Abtheilung.

Von dem Canone Harmonico.

Das I. Stüde.

Von dem völlig circulirenden Genere,
und etlichen drauf gegründeten
Temperaturen.

Die Octave ist unser Raum / woselbst alle intervalla circuliren. Vor die Temperaturen nun/ ist die Vermischung der Quinten und Quarten am dienlichsten.

Wenn also jene addirt / diese aber subtrahirt werden:

3 : 4	F :	C
3 : 4	B :	F
3 : 2	Ds :	B
3 : 4	Gs :	Ds
3 : 2	Cs :	Gs
3 : 4	Fs :	Cs
3 : 4	H :	Fs
3 : 2	E :	H
3 : 4	A :	E
3 : 2	D :	A
3 : 4	G :	D
3 : 2	C :	G

C

50

⁶ so äußert sich erstlich der Überschüß des commatis Pythagorici 531441 : 524288. Dieses comma ist die ratio differentialis zwischen den hemitonii 256 : 243 und 2187 : 2048, wie auch die ratio totalis des commatis Didymici 81 : 80 und des schismatis 32805 : 32768.

Darnach kommen zugleich die rationes der Töne unter einander hervor. Zu dem Grund-Tone verhalten sich die andern also:

E	2	:	1
H	243	:	128
B	59049	:	32768
A	27	:	16
Gs	6561	:	4096
G	3	:	2
Fs	729	:	512
F	177147	:	131072
E	81	:	64
Ds	19683	:	16384
D	9	:	8
C: Cs	2187	:	2048

Vor

Vor alle Tone / c ausgenommen / seze ich dis comma Pythagoricum, weil die Temperaturen hier eintreffen werden. Es könnte subtrahendo geschehen. Ich sehe aber / daß / in meinem ehmahlichen Diatonisch-Chromatisch-Enharmonischen Genere, bey den ersten 6 Quinten der terminus acutior, in den übrigen hingegen der grauier, zu diesem commate, stehen bleibt. Dahero behalte ich

$$\begin{array}{ll} 4 : 3 & C : F^m \equiv C : F \\ 16 : 9 & C : B^m \equiv C : B^m \\ 32 : 27 & C : Ds^m \equiv C : Ds^a \\ 128 : 81 & C : Gs^m \equiv C : Gs^d \\ 256 : 243 & C : Cs^m \equiv C : Cs^d \end{array}$$

und brauche umb diese Stellen / bey wenigen Ziffern / statt der Subtraction, die Addition. Nachgehends seze ich 2000.00 zum Grund-Tone/ und copulire das ganze Genus mit Hülffe der R. A. Hier ist es:

C 2

C

c	1 0 0 0.	0 0
H	1 0 5 3.	4 9
H ^m	1 0 6 7.	8 7
B	1 1 0 9.	8 5
B ^m	1 1 2 5.	0 0
A	1 1 8 5.	1 8
A ^m	1 2 0 1.	3 5
Gs	1 2 4 8.	5 9
Gs ^m	1 2 6 5.	6 2
G	1 3 3 3.	3 3
G ^m	1 3 5 1.	5 2
Fs	1 4 0 4.	6 6
Fs ^m	1 4 2 3.	8 2
F	1 4 7 9.	8 1
F ^m	1 5 0 0.	0 0
E	1 5 8 0.	2 4
E ^m	1 6 0 1.	8 0
Ds	1 6 6 4.	7 8
Ds ^m	1 6 8 7.	5 0
D	1 7 7 7.	7 7
D ^m	1 8 0 2.	0 3
Cs	1 8 7 2.	8 8
Cs ^m	1 8 9 8.	4 3
C	2 0 0 0.	0 0

Drauf

Drauf wird das Pythagorische comma in 12 gleiche Theile getheilt / nicht mit dem Circkel (denn davon ist die Rede noch nicht) sondern es werden zwischen seine äußersten terminos, 12 Arithmetische mittel-proportionale gesetzt:

- | | |
|-----|---------------|
| 12. | 6 2 9 1 4 5 6 |
| 11. | 6 2 9 8 6 0 9 |
| 10. | 6 3 0 5 7 6 2 |
| 9. | 6 3 1 2 9 1 5 |
| 8. | 6 3 2 0 0 6 8 |
| 7. | 6 3 2 7 2 2 1 |
| 6. | 6 3 3 4 3 7 4 |
| 5. | 6 3 4 1 5 2 7 |
| 4. | 6 3 4 8 6 8 0 |
| 3. | 6 3 5 5 8 3 3 |
| 2. | 6 3 6 2 9 8 6 |
| 1. | 6 3 7 0 1 3 9 |
| | 6 3 7 7 2 9 2 |

€ 3

€ 8

Es solten aber die Theile des commatis, von Rechts wegen / nicht einander gleich seyn/ sondern nach proportion absallen. Derowegen theile ich es auch geometrice in 12 rationes:

- | | | |
|-----|-------------|-----|
| 12. | 5 2 4 2 8 8 | |
| 11. | 5 2 4 8 8 0 | 1. |
| 10. | 5 2 5 4 7 3 | 2. |
| 9. | 5 2 6 0 6 6 | 3. |
| 8. | 5 2 6 6 6 1 | 4. |
| 7. | 5 2 7 2 5 5 | 5. |
| 6. | 5 2 7 8 5 1 | 6. |
| 5. | 5 2 8 4 4 7 | 7. |
| 4. | 5 2 9 0 4 5 | 8. |
| 3. | 5 2 9 6 4 2 | 9. |
| 2. | 5 3 0 2 4 1 | 10. |
| 1. | 5 3 0 8 4 0 | 11. |
| | 5 3 1 4 4 1 | 12. |

Hier.

Hierbei wird / nicht ohne Vergnügen / wahr-ⁱⁱ genommen / daß das letzte Geometrische Zwölff- theil 524880 : 524288 = 32805 : 32768. CAL- VISIVS war zu frieden / wenn er die Vergleichung beyderley commatum durch die R. A. suchte / und erinnerte / comma veterum (Pythagoricum) aliquantum esse maius (Didymico.) Exercit. III. p. 97. Und Werkmeister / der sonst auch diese kleine ration mehr als zu wohl kannte / ließ es dabei bewenden / daß sie / auf einem dreysüßigen Canone , etwan einen kleinen Circkelstich ausmache. Musical. Temperat. Cap. XVIII. XXII. XXIII.

Endlich greiffe ich die Temperaturen selbst an.

Die Schwebungen der triadis harmonicae, auf deren drey intervalla doch alles ankommt/wil ich in ganzen Zahlen vorstellen/ welche den numeratorem fractionis der 12theil andeuten. Überhaupt schweben alle Quinten unterwerts / alle Tertiae maiores aufwerts / und alle Tertiae minores wieder unterwerts/ und zwar / wie es nach der Ordnung ihrer rationum seyn sol / die ersten etwas weniger / die andern mehr / die dritten am meisten.

In

In der Ersten Temperatur schweben.

I. die Quinten:

f : c 9

b : f 9

ds : b I

gs : ds I

cs : gs 9

fs : cs 9

h : fs I

c : h I

a : c 2

d : a 2

g : d 2

c : g 2

II. die Tertiae maiores:

gs : c 10, ds : g 9, b : d 8, f : a 6.

e : gs 10, h : ds 10, fs : b 10, cs : f 10.

c : c 4, g : h 5, d : fs 6, a : cs 8.

III. die Tertiae minores:

a : c 6, c : g 6, h : d 7.

fs : a 8, es : c 10, gs : h II.

ds : fs II, b : cs 10, f : gs 10.

c : ds II, g : b 10, d : f 8.

Jn

In der Andern schweben

I. die Quinten:

f : c I

b : f I

ds : b 9

gs : ds 9

cs : gs I

fs : cs I

h : fs I

e : h 9

a : e I

d : a 2

g : d 2

c : g 2

II. die Tertiae maiores:

gs : c 10, ds : g 8, b : d 6, f : a 5.

e : gs 9, h : ds 9, fs : b 10, cs : f 10.

c : e 5, g : h 7, d : fs 8, a : cs 9.

III. die Tertiae minores:

a : c 6, c : g 7, h : d 9.

fs : a 10, cs : e 10, gs : h 9.

ds : fs 10, b : cs II, f : gs II.

c : ds 10, g : b 8, d : f 7.

D

Jn

In der Dritten schwelch

I. die Quinten:

f :	c	o
b :	<u>f</u>	1
ds :	b	1
gs :	<u>ds</u>	o
cs :	gs	1
fs :	<u>cs</u>	1
h :	<u>fs</u>	1
c :	h	o
a :	<u>c</u>	1
d :	a	2
g :	<u>d</u>	2
c :	g	2

II. die Tertiae maiores:

gs :	<u>c</u>	10,	ds :	g	8,	b :	<u>d</u>	7,	f :	a	6.
c :	gs	9,	h :	ds	9,	fs :	b	9,	cs :	f	9.
e :	c	5,	g :	h	7,	d :	fs	8,	a :	<u>cs</u>	9.

III. die Tertiae minores:

a :	<u>c</u>	6,	e :	g	7,	h :	<u>d</u>	9.
fs :	a	10,	cs :	<u>c</u>	10,	gs :	h	9.
ds :	fs	10,	b :	<u>cs</u>	10,	f :	gs	10.
c :	ds	10,	g :	b	9,	d :	f	8.

Und

Und in der Vierden schwelen alle Quinten ^{is} 1,
alle Tertiae maiores 8, alle Tertiae minores 9.

Wem nun das circulirende Genus, mit seinen commatis, aufzutragen beliebt, kan sich folgenden Vortheils bedienen. Er versertige sich einen tau-send-theiligen Maßstab / in der Länge des halben Canonis, lasse das Tausend bey allen Terminis aus/ brauche die benöthigte Vorsicht wegen der zwey hinter dem Puncte stehenden Ziffern (wie bey den Tabulis Sinuum zu geschehen pflegt) und steche die Distanzen / am sichersten / unmittelbar auf hartes Holz / von der Helfste des Canonis an / zur Lincken/ richtig ab. Darnach thesse er das comma allent- halben mit dem Cirkel in 12 gleiche Theile / und führe die Temperaturen / beschriebenermaßen / auf.

Es giebt aber einen noch kürzern Weg / diesen Zweck zu erreichen. Denn mit den Theilen des commatis, welche die Schwebungen ferminiren / bin ich eben / wie mit dem Genere selbst / umbgegangen. Und zwar sind / bey den drey ersten / die Geometri- schen Theile / bey der vierdten aber so wohl die Arithmetischen als Geometrischen / angenommen worden: dort / desto richtiger zu gehen / hjer / den klei- nen Unterschied einmahl sehen zu lassen. Der halben kan man alle Vier also fort / nach ebē dem Maß- stabe / ja noch barzu auf einen Canonem nur 2 Schuh lang / etwan in ein paar Stunde / auftragen.

Erste Temperatur.

C	1	0	0	0.	0	0
H	1	0	6	4.	2	5
B	1	1	2	5.	0	0
A	1	1	9	3.	2	3
Gs	1	2	6	2.	7	6
G	1	3	3	6.	3	4
Fs	1	4	2	0.	6	1
F	1	5	0	0.	0	0
E	1	5	9	4.	5	8
Ds	1	6	8	5.	5	9
D	1	7	8	5.	8	2
Cs	1	8	9	4.	1	5
C	2	0	0	0.	0	0

An

Andre Temperatur.

C	1	0	0	0.	0	0
H	1	0	6	1.	8	5
B	1	1	2	2.	4	5
A	1	1	9	3.	2	3
Gs	1	2	6	2.	7	6
G	1	3	3	6.	3	4
Fs	1	4	1	7.	4	0
F	1	4	9	8.	3	0
E	1	5	9	2.	7	8
Ds	1	6	8	3.	6	8
D	1	7	8	5.	8	2
Cs	1	8	9	2.	0	1
C	2	0	0	0.	0	0

D 3

Drit

Britte Temperatur.

C	I	0	0	0.	0	0
H	I	0	6	I.	8	5
B	I	I	2	3.	7	2
A	I	I	9	3.	2	3
Gs	I	2	6	2.	7	6
G	I	3	3	6.	3	4
Fs	I	4	I	7.	4	0
F	I	5	0	0.	0	0
E	I	5	9	2.	7	8
Ds	I	6	8	3.	6	8
D	I	7	8	5.	8	2
Cs	I	8	9	2.	0	1
C	I	9	0	0.	0	0

Bier:

Wiedte Temperatur.

	Arithmetisch.			Geometrisch.								
C	I	0	0	0.	0	0						
H	I	0	5	9.	4	8						
B	I	I	2	2.	4	7						
A	I	I	8	9.	2	2						
Gs	I	2	5	9.	9	4						
G	I	3	3	4.	8	4						
Fs	I	I	4.	2	4	I	4	I	4.	2	0	
F	I	4	9	8.	3	I	I	4	9	8.	3	0
E	I	5	8	7.	4	3	I	5	8	7.	3	9
Ds	I	6	8	1.	8	2	I	6	8	1.	7	8
D	I	7	8	I.	8	2	I	7	8	I.	7	9
Cs	I	8	8	7.	7	9	I	8	8	7.	7	4
C	I	9	0	0.	0	0	I	9	0	0.	0	0

Das

Das sind nun die aufgedachten Circulum gesbauete Temperaturen/ welches dem Srn. Werckmeister so sehr schwer vorgekommen ist. Musical. Temper. Cap. XXV. Music. Wegweis. Cap. XVIII.

Wer auf den Circulum der Quinten/ Tertiaturum maiorum, und minorum, rechtschaffen Achzung giebt/ wird endlich sehen/ wie ich zu den drey ersten Temperaturen gelanget/ und daß ich die Schwebungen aller 12 Tertiaturum maiorum, darnach die Schwebungen der ersten 3 Quinten/ als data, angenommen: wornach die übrigen intervalla alle mit einander/ nothwendig/ von sich selbst haben kommen müssen. Es gereuet mich auch der kleinen Mühe nicht. Denn außer dem/ daß der sonus fundamentalis eines Modi bald höher bald tiefer ist/ so verändert sich zugleich die Trias Harmonica: woraus ehnfchelbar eine mehr als doppelte Gemüths-Bewegung entstehen muß.

Jedoch heißt dieses nicht der gleich-schwebenden etwas zu nahe gesprochen/welche sich einer ganz besondern Anmuth rühmen kan? Meines Erachtens schickt sich die Erste / mehrentheils/ am besten vor ein Dorff/ die Andre vor eine kleine Stadt/ die Dritte vor eine große/ und die Vierde vor den Sof.

Das

Das II. Stücke.

Von der gleich-schwebenden Temperatur/ wie sie / durch die Geometrische Mittel-Proportional-Zahlen/ erhalten wird.

Mit in vielen Problematibus Mathematicis ein Compendium vorkommt/ so geschiehet es auch hier. Ich werde die Abtheilung des ARISTOXENI, und seiner Anhänger (worunter auch / in diesem Puncte / SAVVEVR, in Frankreich/ zu rechnen ist) und andere Neben - Wege / vorbegehen/ hingegen die Application der Geometrischen Mittel - Proportionalität desto umbständlicher aufsuchen.

Diese hat nun schon eine lange Zeit/ bey dem Canone, wunderlich herhalten müssen.

Es findet sich unter meinen Zetteln ein Anhang einer alten Arithmetic/ die Sennich GRAMMATEVS, von Erfurt / in Wien 1518. geschrieben. In selbigem giebt er an / die tonos Generis Pythagorici durch eine medium proportionalem zu theilen / und also die Chromatischen Tone zu erhalten

E